

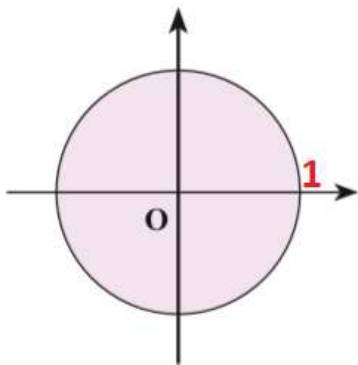
دایره مثلثاتی

به نام خدا

در جلسات قبل با نسبت‌های مثلثاتی آشنا شدیم، این جلسه می‌فروایم با یه قسمت مهم دیگه از مبنا مثلثات، یعنی با دایره مثلثاتی آشنا بشیم.

دایره مثلثاتی چیه؟

دایره‌ای که مرکزش مبدا مختصات و شعاعش برابر ۱ هست. یعنی دایره زیر:

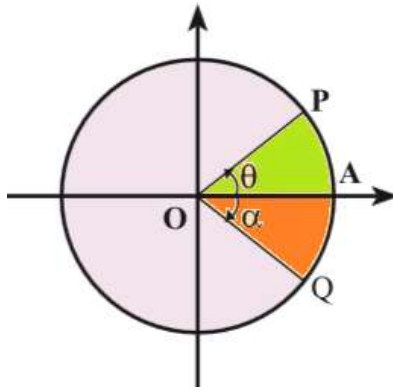


زاویه‌های مثبت و منفی بطوری روی این دایره نشون داده میشن؟

آگه در جهت فلاف عقربه‌ای ساعت حرکت کنیم، زاویه‌ای که ساخته میشه مثبت و

آگه در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کنیم، زاویه‌ای که ساخته میشه، منفی.

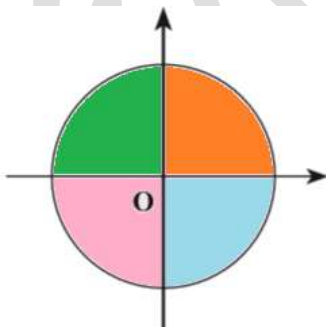
شکل زیر رو با هم ببینیم:



برای ساختن زاویه تتا (زاویه‌ای که با رنگ سبز نشون داده شده)، از مبدأ مفتصات شروع به حرکت در فلاف جهت عقربه‌های ساعت کردیم، بنابراین زاویه تتا به زاویه مثبت.

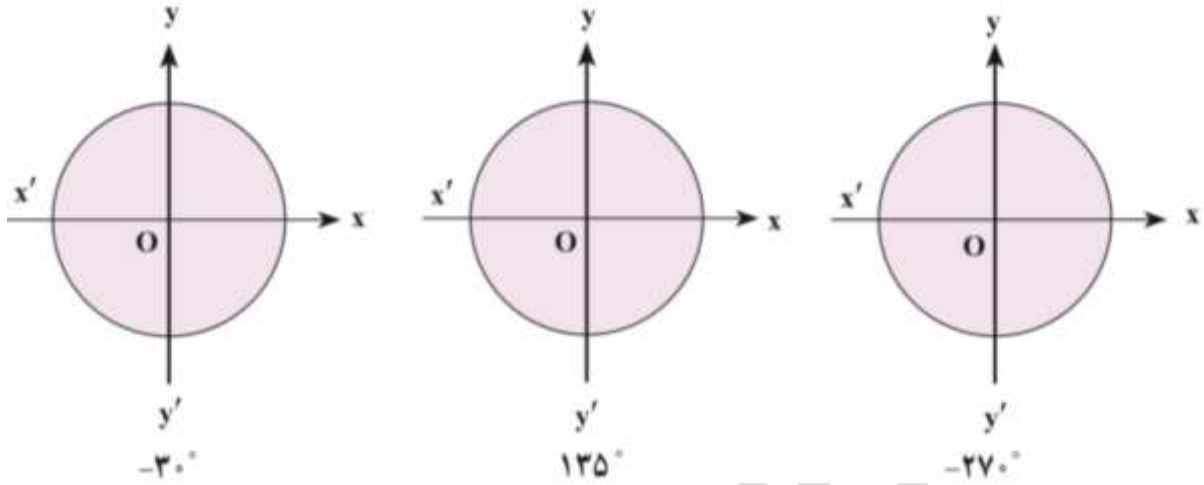
اما برای ساختن زاویه آلفا (زاویه‌ای که با رنگ نارنجی نشون داده شده)، از مبدأ مفتصات شروع به حرکت در جهت عقربه‌های ساعت کردیم، بنابراین زاویه آلفا به زاویه منفی هست.

قبل از اینکه درس رو ادامه بدیم، یه نکته رو بگم که البته فکر میکنم که همه بلدیم 😊 می‌دونیم کمان دایره ۳۶۰ درجه‌س، پس اگه یه دایره رو به چهار قسمت مساوی تقسیم کنیم، هر قسمت برابر ۹۰ درجه میشه. پس هر کدوم از تیکه‌های زیر که با یه رنگ نمایش داده شده، ۹۰ درجه هستن.



مثال:

۱ هر یک از زاویه‌های زیر را روی دایره‌های مثلثاتی داده شده، نشان دهید.



می‌فوییم زاویه -30° ، رو روی دایره نشون بدیم.

اول می‌پرسیم زاویه مثبت یا منفی؟

منفی

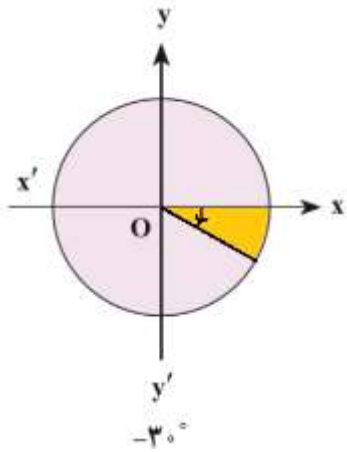
در جهت عقربه ساعت حرکت کنیم یا فلاش؟

در جهت عقربه ساعت (چون زاویه منفیه)

برای زاویه 30° درجه پقدر باید حرکت کنیم؟

می‌دونیم یه ربع دایره 90° درجه‌س، پس برای نشون دادن زاویه 30° درجه باید یک سوم ربع دایره رو حرکت کنیم.

بنابراین از مبدا شروع می‌کنیم، 30° درجه در جهت عقربه ساعت حرکت می‌کنیم:



قسمت بعد:

میخوایم زاویه ۱۳۵ درجه رو نشون بدیم.

زاویه مثبت یا منفی؟ مثبت

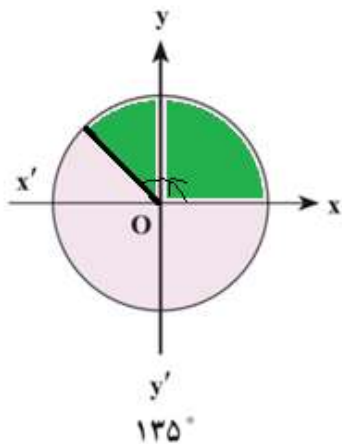
در جهت عقربه ساعت حرکت کنیم یا فلاف جهت؟ فلاف جهت

برای نشون دادن ۱۳۵ درجه چقدر باید حرکت کنیم؟

می‌دونیم هر ربع دایره ۹۰ درجه‌س و

$$۱۳۵ = ۹۰ + ۴۵$$

پس یه ربع دایره باید بریم باضافه ۴۵ درجه (۴۵ درجه هم که نصف ربع دایره‌س)



میفوییم زاویه 270° رو نشون بدیم.

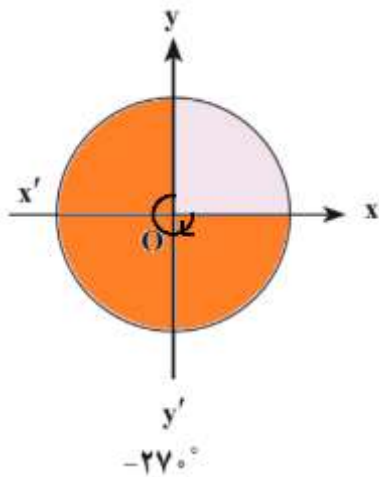
زاویه مثبت یا منفی؟ منفی

در جهت عقربه ساعت حرکت کنیم یا عکس جهت؟ در جهت عقربه ساعت

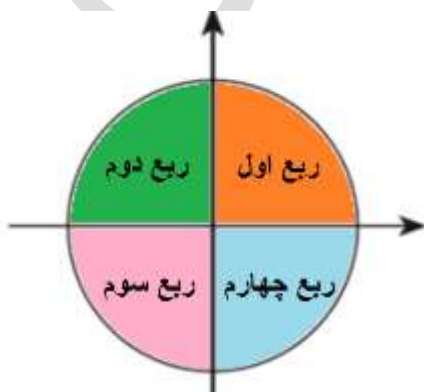
برای نشون دادن 270° درجه پقدر باید حرکت کنیم؟ می‌دونیم که :

$$270^\circ = 90^\circ + 90^\circ + 90^\circ$$

بنابراین باید سه ربع دایره در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کنیم:



گفتیم دایره مثلثاتی به ۴ بخش تقسیم میشه که هر کدوم 90° درجه هستن، در اینجا میفوییم برای این ۴ بخش اسم بذاریم، این نامگذاری در قسمت‌های بعد به دردمون میفوره.



۱ مشخص کنید انتهای کمان مربوط به هر یک از زاویه‌های زیر در کدام یک از نواحی چهارگانه قرار می‌گیرد؟

الف) $30^\circ -$ ب) 65° پ) 182° ت) $95^\circ -$

ما یاد گرفتیم که یه زاویه رو بطوری روی دایره مثلثاتی نشون بدیم، چیزی که اینجا اضافه شده اینه که مشخص کنیم توی کدوم ربع قرار می‌گیره.

به دو روش می‌کنیم این کار رو ازبام بدیم.

روش اول:

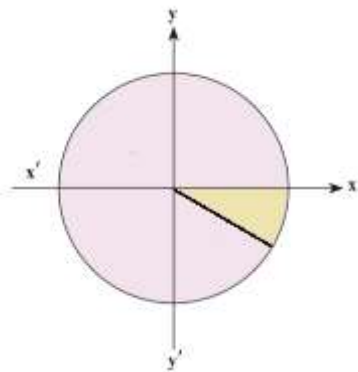
این روش رو در قسمت قبل یاد گرفتیم، یعنی زاویه رو رسم می‌کنیم و نگاه می‌کنیم ببینیم کجا قرار می‌گیره.

با این روش به این سوال جواب میدیم:

زاویه $30^\circ -$ درجه، منفیه یا مثبت؟ منفی

باید در جهت عقربه ساعت حرکت کنیم یا فلاف جهت؟ در جهت عقربه‌های ساعت

تا کجا باید پیش بریم؟ می‌دونیم هر ربع دایره 90° درجه‌س پس باید یک سوم ربع دایره جلو بریم:

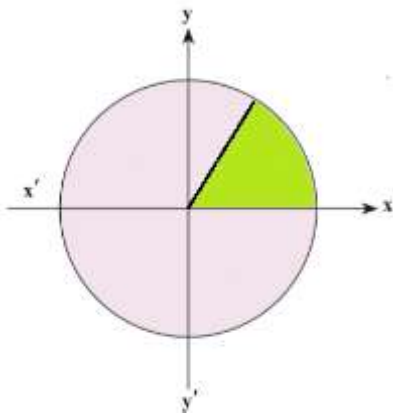


توی کدوم ربع قرار گرفت؟ ربع چهارم

قسمت بعد:

زاویه ۶۵ درجه مثبت یا منفی؟ مثبت

در جهت عقربه ساعت حرکت کنیم یا خلاف جهت؟ خلاف جهت عقربه ساعت
بقدر باید حرکت کنیم؟ می‌دونیم ربع دایره ۹۰ درجه‌س، پس این زاویه کمتر از ۹۰
هست و از ربع دایره نمیگذره

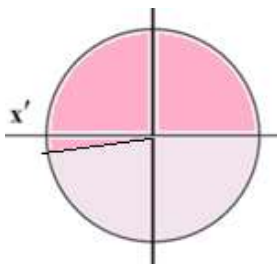


توی کدوم ربع قرار گرفت؟ ربع اول

زاویه ۱۸۲ به زاویه مثبت پس باید خلاف جهت عقربه‌های ساعت حرکت کنیم. تا کجا
پیش بریم؟

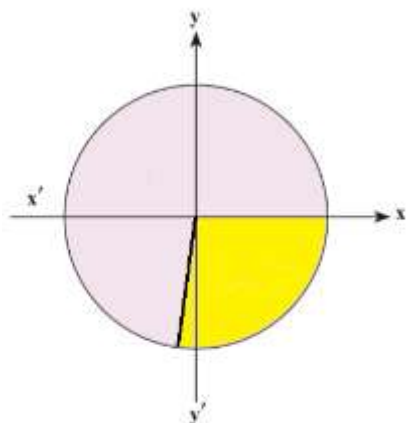
$$182 = 90 + 90 + 2$$

با توجه به این جمع، باید دو تا ربع دایره حرکت کنیم با اضافه ۲ درجه



کدوم ربع افتاد؟ ربع سوم

زاویه -95° - یه زاویه منفیہ پس باید در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کنیم، تا کجا پیش بریم، یه ربع دایره 90° درجه‌س پس ما باید 5° درجه بیشتر پیش بریم:



روش دوم:

در این روش بدون کشیدن شکل تعیین کنیم که هر زاویه توی کدوم ربع قرار می‌گیره، به چه صورت؟

برای زاویه‌های مثبت:

اگه زاویه مثبت باشه و کمتر از 90° درجه..... در ربع اول

اگه زاویه مثبت باشه و بیشتر از 90° درجه، نگاه می‌کنیم ببینیم چند تا 90° می‌تونیم ازش در بیاریم، فرض می‌کنیم زاویه 320° درجه رو به ما دادن:

$$320^\circ = 90^\circ + 90^\circ + 90^\circ + 50^\circ$$

هر 90° درجه یه ربع دایره‌س، ما 3 تا 90° درجه داریم یعنی سه ربع دایره رو طی کردیم و 50° درجه هم در ربع چهارم پیش رفتیم.

$$320^\circ = \underbrace{90^\circ}_{\text{اول}} + \underbrace{90^\circ}_{\text{دوم}} + \underbrace{90^\circ}_{\text{سوم}} + \underbrace{50^\circ}_{\text{چهارم}}$$

پس زاویه در ربع چهارم قرار می‌گیرد.

برای زاویه‌های منفی:

اگر زاویه منفی باشد و کمتر از -90 - درجه ... در ربع چهارم

اگر زاویه بیشتر از 90 باشد (با علامت منفی)، دقیقاً شبیه قسمت قبل عمل می‌کنیم، یعنی بدون توجه به علامت منفی، مشخص می‌کنیم که چند تا 90 توی عدد داده شده داریم.

مثلا عدد 210 - رو به ما دادن، با علامت منفی کاری نداریم:

$$210 = 90 + 90 + 30$$

حالا اینجا چون زاویه ما منفی هست، از ربع چهارم شروع به شمردن می‌کنیم:

$$210 = \underbrace{90}_{\text{چهارم}} + \underbrace{90}_{\text{سوم}} + \underbrace{30}_{\text{دوم}}$$

پس زاویه 210 - در ربع دوم قرار می‌گیرد.

حالا که این روش رو یاد گرفتیم، سوال قبل رو به بار دیگه با این روش حل می‌کنیم:

کار در کلاس

۱ مشخص کنید انتهای کمان مربوط به هر یک از زاویه‌های زیر در کدام یک از نواحی چهارگانه قرار می‌گیرد؟

الف) 3° - ب) 65° پ) 182° ت) 95° -

الف: زاویه منفیه و کمتر از نود در ربع چهارم قرار داره

ب: زاویه مثبت و کمتر از نود ... در ربع اول قرار داره

پ: چند تا ۹۰ می‌تونیم از ۱۸۲ در بیاریم؟

$$182 = 90 + 90 + 2$$

چون مثبت از ربع اول شروع به شمردن می‌کنیم:

$$182 = \frac{90}{\text{اول}} + \frac{90}{\text{دوم}} + \frac{2}{\text{سوم}}$$

پس در ربع سومه

ت: چند تا ۹۰ می‌تونیم از ۹۵ در بیاریم؟ (با علامت منفی کاری نداریم)

$$95 = 90 + 5$$

گفتیم آگه منفی بود از ربع چهارم شروع به شمردن می‌کنیم:

$$95 = \frac{90}{\text{چهارم}} + \frac{5}{\text{سوم}}$$

پس در ربع سوم قرار داره.

برای زاویه‌های مثبت از مطلب زیر هم می‌تونیم استفاده کنیم:

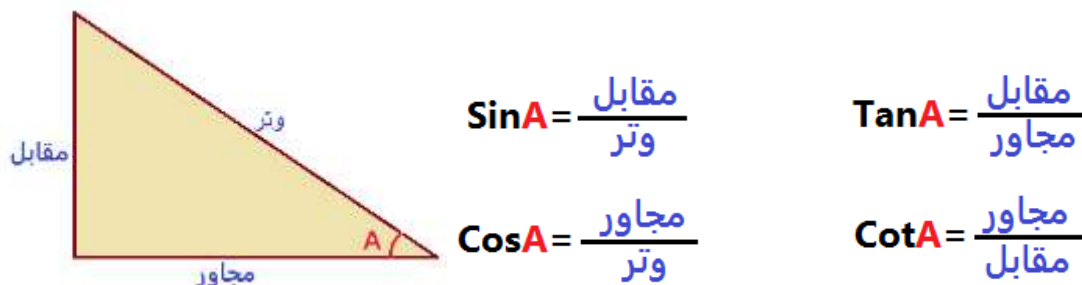
$0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \alpha$ در ربع اول است

$90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \alpha$ در ربع دوم است

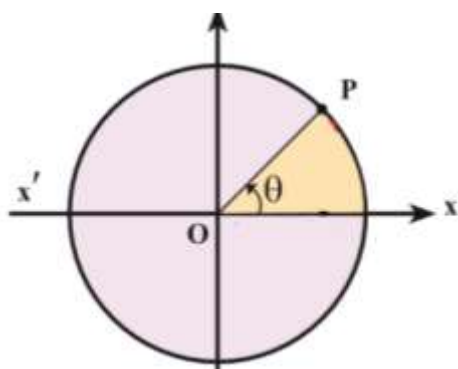
$180^\circ < \alpha < 270^\circ \Rightarrow \alpha$ در ربع سوم است

$270^\circ < \alpha < 360^\circ \Rightarrow \alpha$ در ربع چهارم است

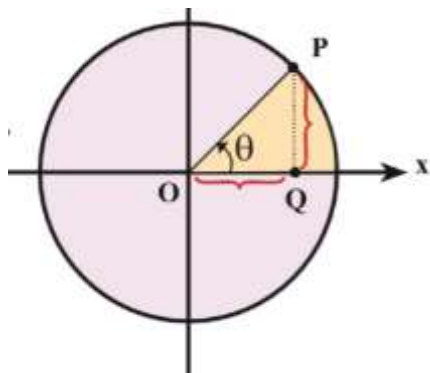
قبل از اینکه درس رو ادامه بدیم، یه بار دیگه نسبتهای مثلثاتی رو که در جلسه قبل یاد گرفتیم بینیم با هم:



حالا یه نقطه دلخواه مثل $P(x, y)$ روی دایره مثلثاتی در نظر می‌گیریم:



اسم زاویه‌ای که فاصله OP با محور x به وجود آورده رو θ می‌ذاریم. می‌فوییم روابط مثلثاتی که در جلسه قبل یاد گرفتیم رو برای θ بنویسیم. اما ما برای نوشتن روابط مثلثاتی به مثلث قائم‌الزاویه احتیاج داریم، بنابراین از نقطه P یه عمود به محور x می‌زنیم و اسم اون نقطه رو Q می‌ذاریم:



گفتیم دایره مثلثاتی یه دایره با شعاع ۱ هست، بنابراین OP اندازه‌ش برابر ۱ هست:

$$\sin\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{PQ}{OP} = \frac{PQ}{1}$$

بنابراین:

$$\sin\theta = PQ$$

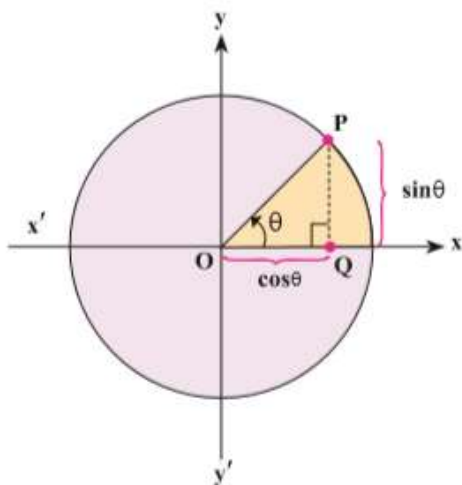
حالا کسینوس رو به دست میاریم:

$$\cos\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{OQ}{PQ} = \frac{OQ}{1}$$

بنابراین:

$$\cos\theta = OQ$$

پس دیدیم که در دایره مثلثاتی $\sin\theta = PQ$ و $\cos\theta = OQ$ هست، می‌تونیم این مطلب رو روی دایره مثلثاتی هم نشون بدیم:



با توجه به شکل، آنگه یه نقطه روی دایره مثلثاتی داشته باشیم و بفوایم مفتحاتش رو بنویسیم، مفتحاتش به صورت زیر میشه:

$$P = (x, y) = (\cos\theta, \sin\theta)$$

به خاطر همین مطلبی که توضیح دادیم:

به محور XOX' میگی محور کسینوس و

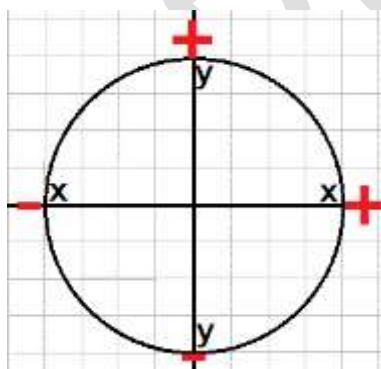
به محور YOY' میگی محور سینوس

در این قسمت میفویم بینیم نسبتهای مثلثاتی توی هر ربع دایره چه علامتهایی دارن. قدم به قدم پیش میریم:

می‌دونیم سمت راست محور X ، علامت مثبت و سمت چپ محور X علامت منفیه.

می‌دونیم بالای محور Y ، علامت مثبت و پایین محور Y علامت منفیه.

پس تا اینجا داریم:



بنابراین:

در ربع اول X مثبت و Y مثبت

در ربع دوم x منفی و y مثبت

در ربع سوم x منفی و y منفی

در ربع چهارم x مثبت و y منفی

ما تا اینجا تونستیم علامتهای x و y رو در ربع‌های اول تا چهارم ببینیم.

خب این چه ارتباطی به علامت سینوس و کسینوس داره؟

در قسمت قبل تساوی زیر رو به دست آوردیم:

$$P = (x, y) = (\cos\theta, \sin\theta)$$

یعنی به دست آوردیم $x = \cos\theta$ و $y = \sin\theta$

پس علامت x ، همون علامت کسینوس و علامت y همون علامت سینوس هست.

در ربع اول سینوس +، کسینوس +

در ربع دوم سینوس -، کسینوس +

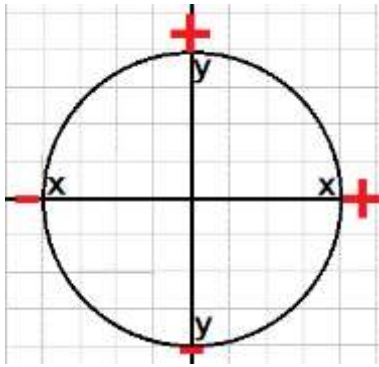
در ربع سوم سینوس -، کسینوس -

در ربع چهارم سینوس -، کسینوس +

دوستای عزیزم دقت کنید که همه‌ی این اطلاعات رو با توجه به شکل زیر نوشتیم، پس

نگران فراموش کردن این مثبت و منفی نباشید. هر وقت یادتون رفت کافیه دو تا

محور عمود بکشید و مثبت و منفی محور رو مشخص کنید:



توانستیم علامت سینوس و کسینوس رو در هر ۴ ربع مشخص کنیم. علامت تانژانت و کتانژانت چگونه؟

اول از همه می‌دونیم که علامت تانژانت و کتانژانت شبیه به هم هست. چون این دو مقدار عکس همدیگه هستن و علامتشون یکسانه.

در درس جلسه قبل دیدیم که

$$\text{تانژانت} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$$

یعنی:

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

پس برای به دست آوردن علامت تانژانت و کتانژانت کافیه علامتهای سینوس و کسینوس رو در هر ربع، در هم ضرب کنیم.

مثلا میفوییم ببینیم در ربع اول علامت تانژانت و کتانژانت چیه؟

در ربع اول سینوس مثبت و کسینوس هم مثبت

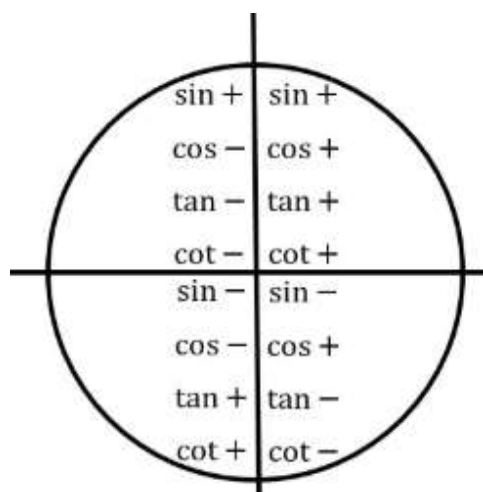
مثبت در مثبت همیشه مثبت، پس **تانژانت و کتانژانت هم در ربع اول مثبت هستند.**

در ربع دوم سینوس مثبت و کسینوس منفیه

منفی در مثبت همیشه منفی، پس **تانژانت و کتانژانت در ربع دوم منفی هستند.**

در ربع سوم و چهارم هم به همین صورت می‌تونیم علامت تانژانت و کتانژانت رو به دست بیاریم.

فلاصه‌ی همه این مطالب رو می‌تونیم در شکل زیر بینیم:

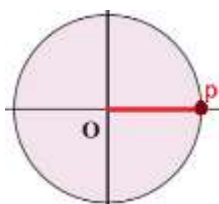


علامتهای نسبتهای مثلثاتی رو هم یاد گرفتیم.

حالا می‌فوییم نسبتهای مثلثاتی زاویه‌های ۰ و ۹۰ و ۱۸۰ و ۲۷۰ رو پیدا کنیم.

زاویه ۰ درجه:

زاویه صفر درجه رو روی دایره نشون میدیم:



نقطه‌ای که با p نشون داده شده چه نقطه‌ایه؟

$$p = (1, 0)$$

با توجه به رابطه زیر:

$$P = (x, y) = (\cos\theta, \sin\theta)$$

داریم:

$$\sin 0 = 0$$

$$\cos 0 = 1$$

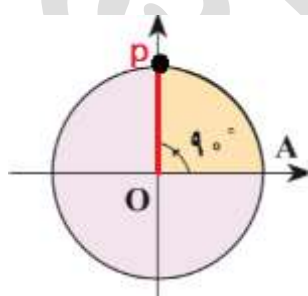
$$\tan 0 = \frac{\sin 0}{\cos 0} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\cot 0 = \frac{\cos 0}{\sin 0} = \frac{1}{0} = \text{تعریف نشده}$$

چون کسر با مخرج صفر نداریم، بنابراین می‌گوییم که کتانژانت زاویه ۰ تعریف نشده.

زاویه ۹۰ درجه :

زاویه ۹۰ درجه رو روی دایره نشون میدیم:



نقطه‌ای که با p نشون داده شده چه نقطه‌ایه؟

$$p = (0, 1)$$

داریم:

$$p = (0, 1) = (\cos\theta, \sin\theta)$$

بنابراین:

$$\sin 90 = 1$$

$$\cos 90 = 0$$

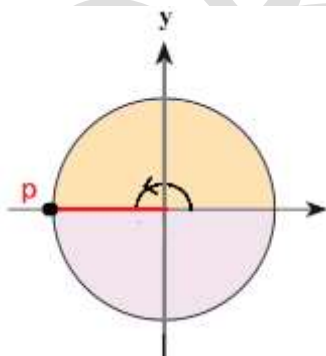
$$\tan 90 = \frac{\sin 90}{\cos 90} = \frac{1}{0} = \text{تعریف نشده}$$

$$\cot 90 = \frac{\cos 90}{\sin 90} = \frac{0}{1} = 0$$

چون کسر با مخرج صفر نداریم، بنابراین میگوییم که تانژانت زاویه ۹۰ درجه تعریف نشده.

زاویه ۱۸۰ درجه :

زاویه ۱۸۰ درجه رو روی دایره نشون میدیم:



نقطه‌ای که با p نشون داده شده چه نقطه‌ایه؟

$$p = (-1, 0)$$

داریم:

$$p = (-1, 0) = (\cos\theta, \sin\theta)$$

داریم:

$$\sin 180 = 0$$

$$\cos 180 = -1$$

$$\tan 180 = \frac{\sin 180}{\cos 180} = \frac{0}{-1} = 0$$

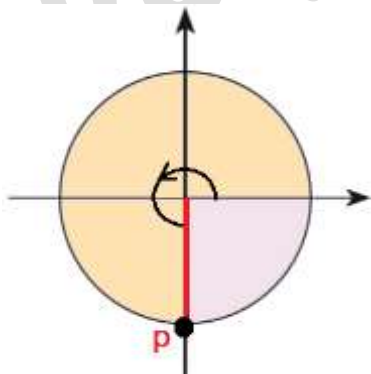
$$\cot 180 = \frac{\cos 180}{\sin 180} = \frac{-1}{0} = \text{تعریف نشده}$$

چون کسر با مخرج صفر نداریم، بنابراین میگوییم که کتانژانت زاویه ۱۸۰ درجه تعریف نشده.

برای زاویه ۲۷۰ درجه هم می‌کنیم به همین صورت عمل کنیم:

زاویه ۲۷۰ درجه :

زاویه ۲۷۰ درجه رو روی دایره نشون میدیم:



نقطه‌ای که با p نشون داده شده چه نقطه‌ایه؟

$$p = (0, -1)$$

داریم:

$$p = (0, -1) = (\cos\theta, \sin\theta)$$

بنابراین داریم:

$$\sin 180 = -1$$

$$\cos 180 = 0$$

$$\tan 180 = \frac{\sin 180}{\cos 180} = \frac{-1}{0} = \text{تعریف نشده}$$

$$\cot 180 = \frac{\cos 180}{\sin 180} = \frac{0}{-1} = 0$$

چون کسر با مخرج صفر نداریم، بنابراین میگوییم که تانژانت زاویه 270° درجه تعریف نشده.

اطلاعاتی که به دست آوردیم در جدول زیر فاصله همیشه:

مقدار	0°	90°	180° ؟	270°	360°
$\sin\theta$	0	1	0	-1	0
$\cos\theta$	1	0	-1	0	1
$\tan\theta$	0	تعریف نشده	0	تعریف نشده	0
$\cot\theta$	تعریف نشده	0	تعریف نشده	0	تعریف نشده

آقای جلالی، از دانش‌آموزان پرسید: اگر θ زاویه‌ای در ربع دوم مثلثاتی باشد و $\sin \theta = \frac{5}{7}$ ، آیا می‌توان سایر نسبت‌های مثلثاتی θ را پیدا کرد؟

بله، ما با داشتن این نسبت مثلثاتی و اینکه می‌دانیم این زاویه در ربع دوم قرار دارد، می‌کنیم بقیه نسبتها رو هم به دست بیاریم.

یاد گرفتیم:

$$\sin \theta = y = \frac{5}{7}$$

از طرفی در دایره مثلثاتی، شعاع دایره یا همون وتر مثلث برابر است.

از رابطه فیثاغورث داریم:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

r, y رو باگذاری می‌کنیم:

$$x^2 + \left(\frac{5}{7}\right)^2 = 1^2 \rightarrow x^2 = \frac{24}{49}$$

و از اینجا:

$$x = \pm \sqrt{\frac{24}{49}} = \pm \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

کدوم علامت رو باید قبول کنیم، مثبت یا منفی؟

باید با توجه به اینکه در کدوم ربع دایره هستیم، علامت رو انتخاب کنیم.

در ربع دوم دایره هستیم، در ربع دوم علامت x پیه؟ منفی. پس ما هم باید منفی رو قبول کنیم. پس به دست میاریم:

$$x = -\frac{2\sqrt{6}}{7}$$

در واقع ما با به دست آوردن x ، کسینوس رو هم مناسبه کردیم:

$$\cos\theta = x = -\frac{2\sqrt{6}}{7}$$

با توجه به روابط مربوط به تانژانت و کتانژانت داریم:

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{\frac{5}{7}}{-\frac{2\sqrt{6}}{7}} = -\frac{5}{2\sqrt{6}}$$

9

$$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{-\frac{2\sqrt{6}}{7}}{\frac{5}{7}} = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

رابطه شیب خط با
تانژانت زاویه

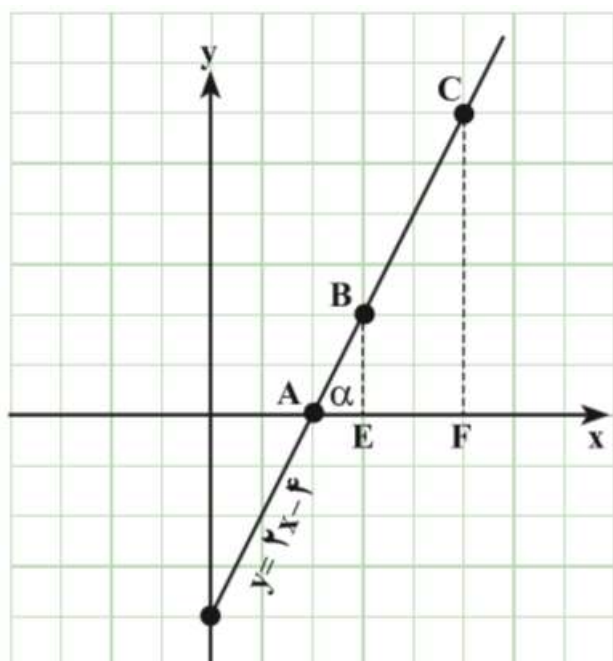
در سال گذشته با شیب خط آشنا شدیم و یاد گرفتیم که چطوری شیب خط رو به دست بیاریم و با استفاده از اون معادله‌ی یک خط رو بنویسیم.

مطلبی که اینجا قراره به دانسته‌هامون اضافه بشه اینه که :

عددی که ما بهوش شیب خط می‌گفتیم، در واقع تانژانت زاویه‌ای هست که خط با جهت مثبت محور افقی میسازه.

در مثال زیر این مطلب رو بررسی می‌کنیم:

نمودار خط $y = 2x - 4$ رسم شده است:



اگه یادتون مونده باشه برای نوشتن شیب یک خط، مفتصات دو نقطه از خط رو لازم داشتیم که در فرمول زیر جاگذاری کنیم:

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مفتصات نقاط A و B رو می‌نویسیم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

باگذاری می‌کنیم:

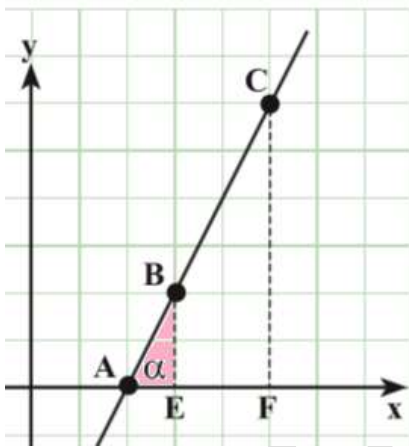
$$\text{شیب} = \frac{2 - 0}{3 - 2} = \frac{2}{1} = 2$$

شیب خط رو با روشی که پارسال یاد گرفته بودیم نوشتیم.

حالا تاثرات زاویه‌ای که خط با محور افقی می‌سازد رو مناسبه می‌کنیم تا ببینیم که این دو

عدد با هم برابرند:

مثلث زیر رو ببینید، با توجه به این مثلث می‌فویام تاثرات زاویه رو به دست بیاریم:



$$\tan \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = 2$$

همینطور که می‌بینیم این دو مقدار با هم برابرند.

شیب هر خط که محور افقی را قطع می‌کند، برابر است با تاثرات زاویه بین آن خط و جهت مثبت محور افقی. به عبارت دیگر، اگر α زاویه‌ای باشد که خط با جهت مثبت محور افقی می‌سازد، آنگاه:

$$\text{شیب خط} = \tan \alpha$$

حل تمرین صفحه ۴۰

دایره مثلثاتی

۲ در هر یک از موارد زیر، نسبت مثلثاتی زاویه‌ای داده شده است. سایر نسبت‌های مثلثاتی را به دست آورید.

الف) $\cos \alpha = \frac{3}{7}$ (در ربع چهارم)

ب) $\sin \beta = \frac{-1}{2}$ (در ربع سوم)

یاد گرفتیم:

$$\cos \alpha = x = \frac{3}{7}$$

از طرفی در دایره مثلثاتی، شعاع دایره یا همون وتر مثلث برابر است.

از رابطه فیثاغورث داریم:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

r, y و باگذاری می‌کنیم:

$$\left(\frac{3}{7}\right)^2 + y^2 = 1^2 \rightarrow y^2 = \frac{40}{49}$$

و از اینجا:

$$y = \pm \sqrt{\frac{40}{49}} = \pm \frac{\sqrt{40}}{7}$$

کدوم علامت رو باید قبول کنیم، مثبت یا منفی؟

باید با توجه به اینکه در کدوم ربع دایره هستیم، علامت رو انتخاب کنیم.

در ربع چهارم دایره هستیم، در ربع چهارم علامت y پیه؟ منفی. پس ما هم باید منفی رو قبول کنیم. پس به دست میاریم:

$$y = -\frac{\sqrt{40}}{7}$$

توجه: این سوال رو با روش راحتتری هم میشه جواب داد که این روش رو بعد از درس سوم یاد میگیرید.

x و y رو به دست آوردیم، بنابراین داریم:

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{-\frac{\sqrt{40}}{7}}{\frac{3}{7}} = -\frac{\sqrt{40}}{3}$$

و

$$\cot \alpha = \frac{x}{y} = \frac{\frac{3}{7}}{-\frac{\sqrt{40}}{7}} = -\frac{3}{\sqrt{40}}$$

ب:

یاد گرفتیم:

$$\sin \beta = y = -\frac{1}{2}$$

از طرفی در دایره مثلثاتی، شعاع دایره یا همون وتر مثلث برابر است.

از رابطه فیثاغورث داریم:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

r, y رو باگذاری می‌کنیم:

$$x^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2 \rightarrow x^2 = \frac{3}{4}$$

و از اینجا:

$$x = \pm \sqrt{\frac{3}{4}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

کدوم علامت رو باید قبول کنیم، مثبت یا منفی؟

باید با توجه به اینکه در کدوم ربع دایره هستیم، علامت رو انتخاب کنیم.

در ربع سوم دایره هستیم، در ربع سوم علامت x چیه؟ منفی. پس ما هم باید منفی رو قبول کنیم. پس به دست میاریم:

$$x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

x و y رو به دست آوردیم، بنابراین داریم:

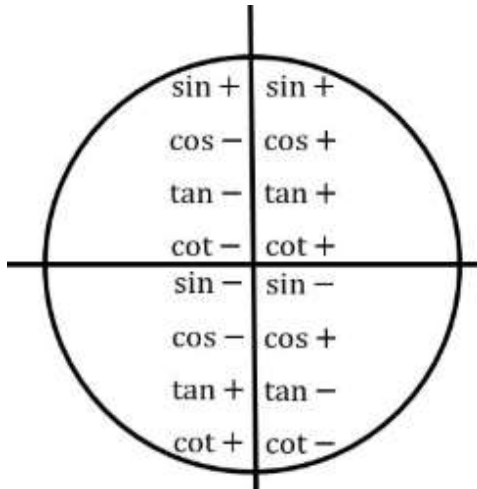
$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

9

$$\cot \alpha = \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

۳ اگر $\sin\theta$ و $\tan\theta$ هم علامت باشند، آنگاه θ در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟

به شکل زیر توجه کنید:

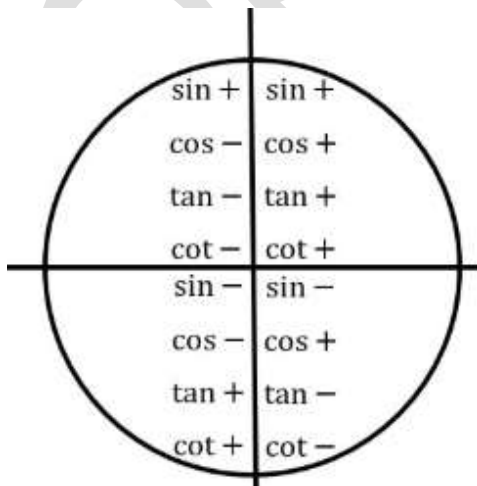


در ربع اول و ربع چهارم سینوس و تانژانت هم علامتن.

۴ حدود زاویه θ را در هر یک از حالات زیر مشخص کنید.

الف) $\sin\theta > 0$, $\cos\theta > 0$ ب) $\sin\theta < 0$, $\cos\theta > 0$

به شکل زیر توجه کنید:



الف:

فقط در ربع اول هست که هم سینوس و هم کسینوس مثبتن، بنابراین حدود تتا به صورت زیره:

$$0 < \theta < 90$$

ب:

فقط در ربع چهارم هست که سینوس منفی و کسینوس مثبت. بنابراین:

$$270 < \theta < 360$$

یا:

$$-90 < \theta < 0$$

ادامه تمرینها رو می تونید در "کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال های [@RiaziBaHam](https://www.instagram.com/RiaziBaHam) و [@RiaziBaHam10tr](https://www.instagram.com/RiaziBaHam10tr)

برای دریافت جزوات سایر پایه ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتفانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.